

Kinetička teorija i procesi u ranom svemiru: 2. deo

07.08.2015.

Bolcmanova jednačina, v.2

- ▶ Sakupljanjem svih aproksimacija na gomilu, dobijamo:

$$a^{-3} \frac{d(n_1 a^3)}{dt} = n_1^{(0)} n_2^{(0)} \langle \sigma v \rangle \left[\frac{n_3 n_4}{n_3^{(0)} n_4^{(0)}} - \frac{n_1 n_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} \right]$$

- ▶ Odavde proističu bukvalno desetine ključnih numeričkih rezultata za rani svemir!
- ▶ Zapaziti: dovoljno rano leva strana je $\square \frac{n_1}{t} = n_1 H$
- ▶ Na desnoj strani imamo nešto što liči na tradicionalnu **brzinu reakcije**: $\square n_1 n_2 \langle \sigma v \rangle$

Najvažniji specijalni slučaj

- ▶ Suprotne tendencije: brzina reakcije vs. „brzina“ širenja svemira!
- ▶ Kada je $n_2 \langle \sigma v \rangle \ll H$ reakcija se odigrava kvaziravnotežno i Bolcmanova jednačina nam daje približno:

$$\frac{n_1 n_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} = \frac{n_3 n_4}{n_3^{(0)} n_4^{(0)}}$$

- ▶ Ovo se zove **Saha ravnoteža** (NSE, itd.)!

Primena: nukleosinteza

- ▶ Razmotrimo reakciju $n + p \leftrightarrow d + \gamma$ i zapazimo da za fotone važi $n_\gamma = n_\gamma^{(0)}$.
- ▶ Saha ravnoteža nam daje:

$$\frac{n_d}{n_n n_p} = \frac{n_d^{(0)}}{n_n^{(0)} n_p^{(0)}} = \frac{3}{4} \left(\frac{2\pi m_d}{m_n m_p T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{m_n + m_p - m_d}{T} \right)$$

pošto je

$$\frac{3}{4} = \frac{g_d}{g_n g_p}$$

- ▶ Uvedimo oznaku za defekt mase deuterona:

$$B_d \equiv m_n + m_p - m_d = 2,22 \text{ MeV}$$

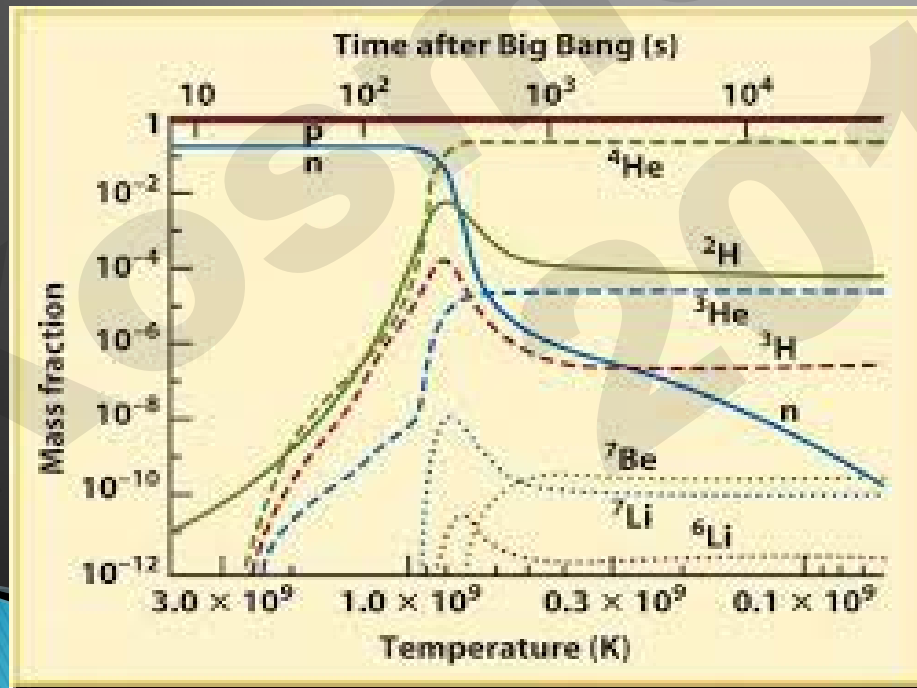
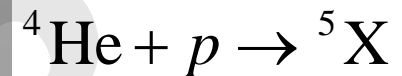
- ▶ Uz aproksimaciju $m_d \approx 2m_n$ dobijamo:

$$\frac{n_d}{n_n n_p} = \frac{3}{4} \left(\frac{4\pi}{m_p T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{B_d}{T}}$$

odnosno:

$$\frac{n_d}{n_b} \approx \eta_b \left(\frac{T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{B_d}{T}}$$

- ▶ Za $T > 0,1$ MeV svi barioni su u obliku izolovanih protona i neutrona!
- ▶ Nukleosinteza zaustavljena zbog nepostojanja $A = 5$! Drugim rečima, nemoguća je reakcija



Tačniji rezultati...

- ▶ ...se dobijaju direktno iz Bolcmanove jednačine, bez aproksimacije Saha!
- ▶ Zapazimo da iz definicije ravnotežnih gustina sledi:

$$\frac{n_p^{(0)}}{n_n^{(0)}} = \frac{e^{-m_p/T} \int dp p^2 e^{-p/2m_p T}}{e^{-m_n/T} \int dp p^2 e^{-p/2m_n T}}$$

- ▶ Ovo će biti približno:

$$\frac{n_p^{(0)}}{n_n^{(0)}} = e^{\frac{Q}{T}} \quad \text{gde je } Q \equiv m_n - m_p = 1,293 \text{ MeV}$$

⇒ Na visokim temperaturama, broj protona \approx broju neutrona!

- ▶ Definišimo neutronske frakcije:

$$X_n \equiv \frac{n_n}{n_n + n_p} \qquad X_n^{(0)} \equiv \frac{1}{1 + \frac{n_p^{(0)}}{n_n^{(0)}}}$$

- ▶ Sad razmotrimo Boltzmannovu jednačinu za reakciju $n \rightarrow p + \text{„leptoni“}$ (index „l“):

$$a^{-3} \frac{d(n_n a^3)}{dt} = n_l^{(0)} \langle \sigma v \rangle \left[\frac{n_p n_n^{(0)}}{n_p^{(0)}} - n_n \right]$$

- ▶ Ovo može da se napiše kao dif. jednačina za neutronske frakcije:

$$\frac{dX_n}{dt} = \lambda_{np} \left[(1 - X_n) e^{-\frac{Q}{T}} - X_n \right] ; \lambda_{np} \equiv n_l^{(0)} \langle \sigma v \rangle$$

- ▶ Da bismo ovo rešili, koristimo smenu $x \equiv \frac{Q}{T}$.
- ▶ Sa diferencijacije po vremenu možemo preći na diferencijaciju po temperaturi, a samim tim i (pošto je Q konstanta prirode!) po našoj novoj promenljivoj x :

$$\frac{dX_n}{dt} \rightarrow \dot{x} \frac{dX_n}{dx}$$

- ▶ gde smo iskoristili činjenicu da $T(t) \propto a^{-1}(t)$
- ▶ Primenom lančanog pravila imamo:

$$\dot{x} \equiv \frac{dx}{dt} = -x \frac{\dot{T}}{T}$$

Sve u svemu...

- ▶ Na temperaturama ~ 1 MeV, stepeni slobode za najvažnije čestice su:

$$g_\gamma = 2, \quad g_\nu = 6, \quad g_e = g_{e^+} = 2$$

- ▶ Bolcmanova jednačina postaje:

$$\frac{dX_n}{dx} = \frac{x\lambda_{np}}{H(x=1)} \left[e^{-x} - X_n (1 + e^{-x}) \right]$$

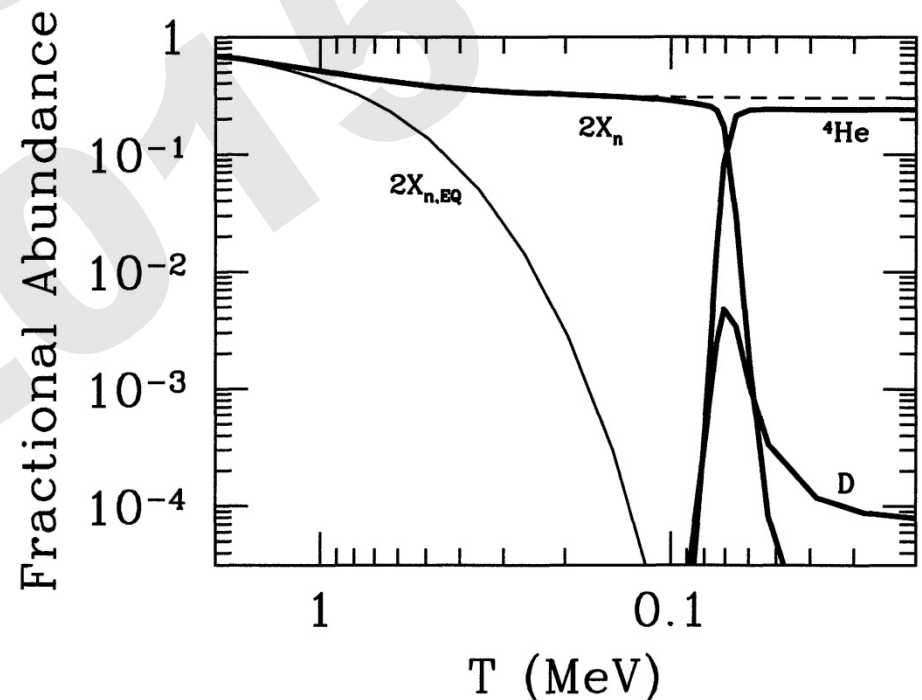
- ▶ H se računa iz kosmološkog modela; jedina nezgoda je što stopa konverzije takođe zavisi od T (pa dakle i od x). Za to fizika čestica daje aproksimaciju:

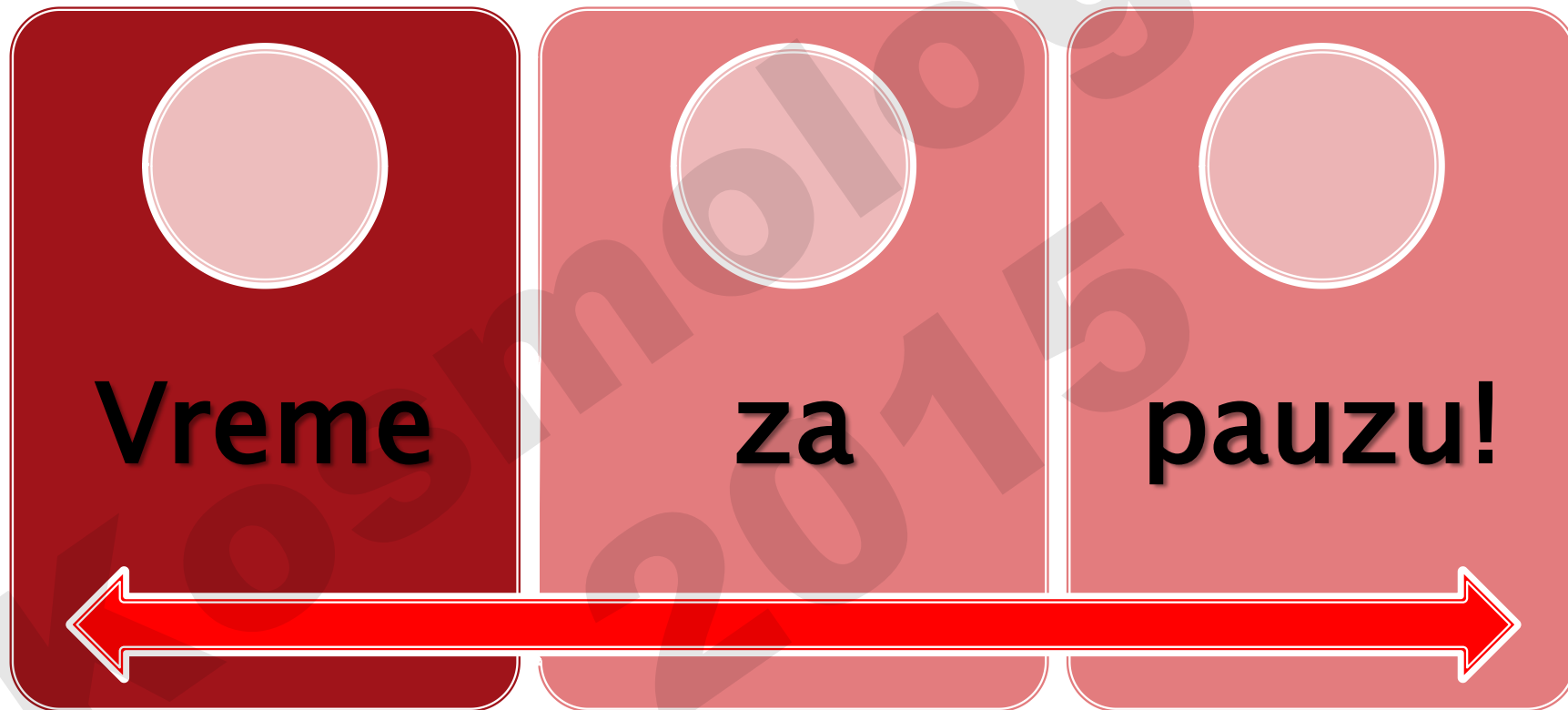
$$\lambda_{np} = \frac{255}{\tau_n x^5} (x^2 + 6x + 12) \quad \tau_n = 886,7 \text{ s}$$

- ▶ Sa ovime, imamo sve što treba da numerički rešimo Boltzmanovu jednačinu!
- ▶ Relacija vreme–temperatura je:

$$t = 132 \text{ s} \left(\frac{0,1 \text{ MeV}}{T} \right)^2$$

- ▶ Nukleosinteza počinje oko 2 min, a završava se oko 8. minuta!





Vreme

za

pauzu!

Osnovno predviđanje

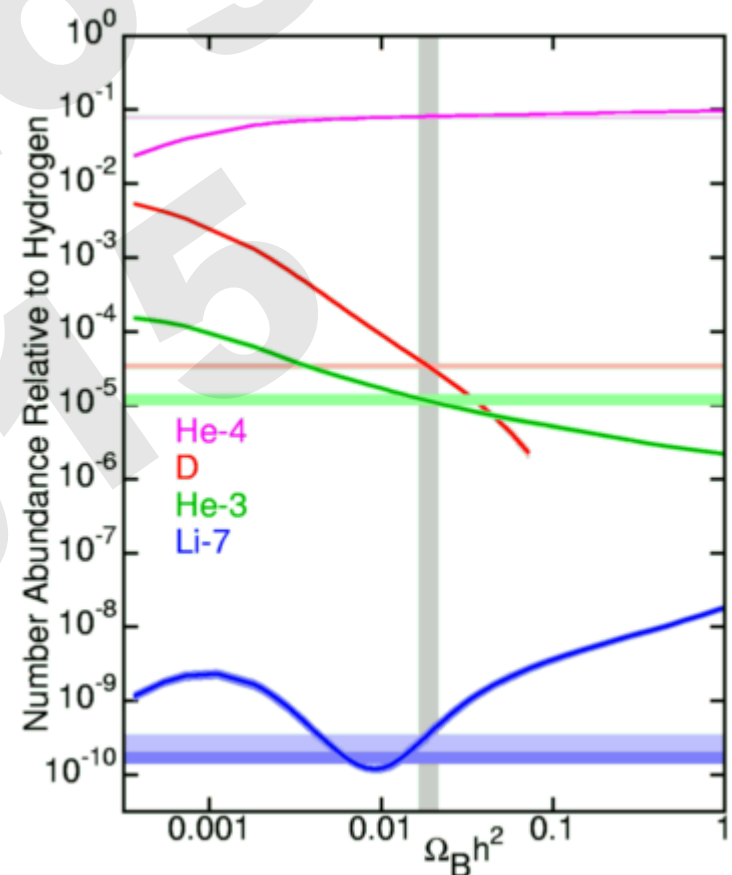
- ▶ „Praktično svi“ neutroni su završili kao ${}^4\text{He}$!
- ▶ Precizni proračun daje:

$$Y_{\text{prim}} = 0,2262 + 0,0135 \ln \frac{\eta_B}{10^{-10}}$$

(zapaziti **logaritamsku** zavisnost!)

- ▶ Srećom, pa su tu D i ${}^3\text{He}$.
- ▶ ${}^7\text{Li}$ problematičan iz mnogo razloga...

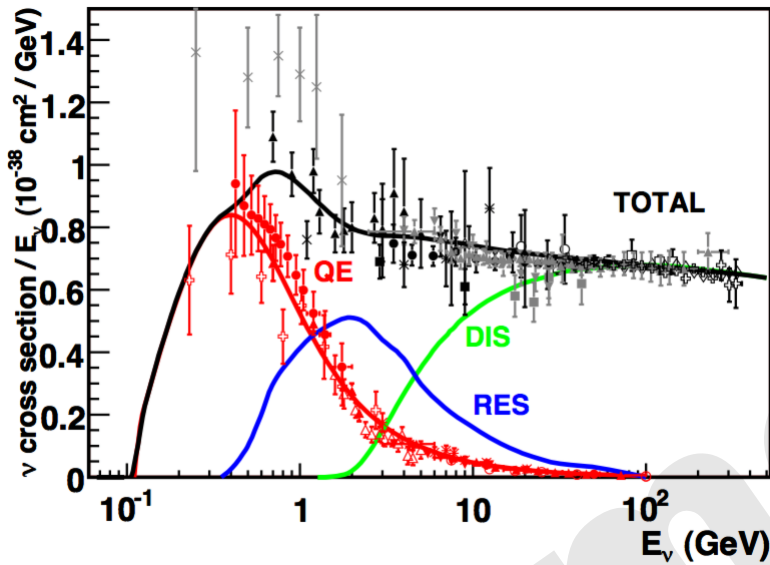
$$\Omega_B h^2 = 0,024^{+0,004}_{-0,003},$$



Još pre nukleosinteze...

- ▶ ...desilo se par stvari koje imaju uticaja na današnji svemir!
- ▶ Nastavio se rast primordijalnih perturbacija.
- ▶ Došlo je do razdvajanja neutrina od primordijalne „kaše“ na oko $t \approx 2s$.
- ▶ Ovo je dovelo do nastanka **kosmičke neutrinske pozadine (CvB)**.
- ▶ U zavisnosti od
 - broja neutrinskih vrsta i
 - mase mirovanja neutrinaovaj proces je drugačiji (u detaljima).

Nažalost...



- ▶ Neutrinska pozadina teško da će ikada biti direktno detektovana.
- ▶ Njena efektivna temperatura je:

$$\frac{T_\nu}{T_{CMB}} = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3}$$

- ▶ Ako zanemarimo neutrinsku masu mirovanja, gustina energije je:

$$\rho_\nu = \frac{\pi^2}{15} T_{CMB}^4 (1+z)^4 \left[1 + \frac{7}{8} N_\nu \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} \right]$$



Sa masom mirovanja

- ▶ Stvar postaje drugačija, zbog toga što član sa masom ne doživljava crveni pomak!
- ▶ Gustina u ravnoteži je

$$\rho_\nu = 2 \int \frac{d^3 P}{e^{P/T_\nu} + 1} \sqrt{P^2 + m_\nu^2}$$

- ▶ Iz čega nakon integracije i deljenja sa kritičnom gustinom dobijamo:

$$\Omega_\nu = \frac{1,68 \times 10^{-5}}{h^2} m_\nu$$

- ▶ Odnosno,

$$\Omega_\nu = \frac{m_\nu [\text{eV}]}{94h^2}$$

Ništa od HDM...

- ▶ Najbolji eksperimentalni rezultat današnjice je 0.320 ± 0.081 eV (2010; zbir tri generacije).
- ▶ \Rightarrow doprinos neutrina ukupnom Ω je zanemarljiv!
- ▶ Eventualno: ukoliko postoji 4. generacija, ona bi mogla da ima veću masu.
- ▶ „Loophole“: da li je neki od neutrina tzv. Majorana čestica?

Rekombinacija

- ▶ Slično rezonovanje kao kod nukleosinteze: **prethodno slobodni konstituenti grade vezane sisteme kad temperatura dovoljno opadne!**
- ▶ Do rekombinacije dolazi na $T < 1$ eV (zašto ne 13,6 eV?)
- ▶ Reakcija na koju primenjujemo kinetičku teoriju je, naravno:



- ▶ Ukupno naelektrisanje je nula, dakle $n_e = n_p$

Procedura

- ▶ Napišemo Saha ravnotežu za rekombinaciju.
- ▶ Utvrdimo gde dolazi do narušenja aproksimacije.
- ▶ Napišemo punu Boltzmanovu jednačinu i rešimo je numerički.
- ▶ Dobijemo rezultate za trajanje i efekte rekombinacije u izotropnoj aproksimaciji.
- ▶ Razmatramo anizotropije:
 - dipolnu
 - primordijalne (Saks–Vulfeov efekat, talasi u plazmi)
 - kasnije kosmološke (integrirani Saks–Vulfeov efekat, slaba gravitaciona sočiva, Sunjajev–Zeljdovičev efekat, itd.)

Nastaviće

se

!